

0716288-1

На правах рукописи

РОМАНОВ Валерий Михайлович

**ПРОЕКЦИОННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА
ОБТЕКАНИЯ КРЫЛА КОНЕЧНОГО РАЗМАХА
И КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫМ
ПОТОКОМ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ**

**Специальность: 05.13.16 – применение вычислительной техники,
математического моделирования и математических методов
в научных исследованиях**

**Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

В. Романов

Казань 2000

Работа выполнена на кафедре аэрогидродинамики
Казанского государственного технического университета им. А. Н. Туполева

Научные руководители: доктор технических наук, профессор
Павлов В. Г.,
доктор технических наук
Нугманов З. Х.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Елизаров А. М.,
доктор технических наук,
профессор Гарифуллин М. Ф.

Ведущая организация Казанское конструкторское бюро
АНТК им. А.Н.Туполева

Защита диссертации состоится « 30 » июня 2000 г.
в 12 часов на заседании диссертационного совета Д 063.43.03 при
Казанском государственном техническом университете им. А. Н. Туполева по
адресу 420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10, КГТУ

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке КГТУ.

НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА
КФУ

Автореферат разослан « 16 » мая 2000 г.



Ученый секретарь
диссертационного совета
кандидат физико-математических наук, доцент

П.Г.Данилаев

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Разработка и дальнейшее совершенствование численных методов расчета аэродинамических характеристик крыльев самолетов сложной формы в плане с переменными по размаху геометрическими параметрами профилей (толщины, кривизны, угла крутки др.) и различными видами механизации являются актуальными задачами в области вычислительной аэродинамики. Применение вычислительных методов при проектировании крыла самолета позволяет проводить параметрические исследования, выявлять влияние формы крыла в плане, аэродинамической и геометрической крутки на аэродинамические характеристики несущих поверхностей. Рост стоимости экспериментальных исследований и снижение стоимости выполнения расчетов создают благоприятные условия для внедрения численных методов как основного средства аэродинамического проектирования. В практике проектирования самолетов нашли широкое применение панельные методы. В этих методах интегральное уравнение метода особенностей заменяется системой линейных алгебраических уравнений. Недостатком панельных методов является необходимость решения систем линейных уравнений очень высокого порядка. Поэтому поиск путей снижения порядка системы является весьма актуальным.

Целью диссертационной работы является создание усовершенствованного численного метода расчета аэродинамических характеристик произвольного крыла конечного размаха с механизацией и многоэлементного профиля, а также разработка программных средств как средство аэродинамического проектирования крыла.

Теоретическое значение и научная новизна работы заключается в следующем:

- Используя метод особенностей для математического моделирования обтекания произвольного крыла с механизацией, из граничных условий получена система интегральных уравнений относительно потенциала скорости.
- Разработаны численные способы решения полученных уравнений на основе проекционных методов (моментов и коллокации). При этом потенциал скорости аппроксимируется с помощью базисных функций, удовлетворяющих постулату Жуковского – Чаллыгина. Ядра уравнений вычисляются численно путем сведения их к сумме телесных углов.
- Применяя метод особенностей, построена гидродинамическая модель обтекания многоэлементного профиля. Уравнения относительно потенциала скорости решены методом моментов.
- Разработаны и доведены до практического применения программные средства для расчета распределенных и суммарных аэродинамических характеристик произвольного крыла с механизацией.

Методика исследований. Математическое моделирование обтекания крыла конечного размаха и профиля крыла основаны на использовании теории потенциала. Расчет поля течения вокруг крыла сводится к решению внешней

трехмерной краевой задачи Неймана для уравнения Лапласа. А расчет обтекания профиля крыла сводится к решению плоской внешней краевой задачи Неймана для уравнения Лапласа. Интегральные уравнения относительно потенциала скорости, выражающие, граничные условия решаются проекционными методами.

Обоснованность и достоверность полученных результатов обеспечена применением теоретических положений математической физики и теории потенциала и подтверждается результатами следующих сравнений:

- Распределение давления по профилю с механизацией сравниваются с данными точных решений, полученных методом конформных отображений.
- Результаты расчета обтекания крыла конечного размаха сравниваются с результатами экспериментальных исследований в аэродинамической трубе.

Практическая значимость. Работа выполнена в рамках совместных НИР, производимых КГТУ им. А.Н.Туполева с АНТК им. А.Н.Туполева (г. Москва). Результаты этих работ используются в научно-технических разработках АНТК им. А.Н.Туполева. Разработанные в диссертации методы применялись в научно-исследовательских работах КГТУ им. А.Н. Туполева по теме «Разработка научных основ и нормативно технической документации проектирования экранопланов». На основании полученных результатов написаны учебные пособия.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на семинарах кафедры аэрогидродинамики КГТУ, на итоговых научных конференциях КГТУ им. А.Н.Туполева, на научном семинаре СибНИА (Новосибирск, 1988 г.), на научном семинаре кафедры аэродинамики КуАИ (Самара, 1987 г.), на республиканской конференции «Использование численных методов при решении прикладных задач аэромеханики» (Харьков, 1991 г.), на международной конференции «Экраноплан - 96» (Казань, 1996 г.), на научном семинаре ЦАГИ (Жуковский, 1987 г.), на научном семинаре кафедры аэродинамики ВВИА им. Н. Е. Жуковского.

Публикации. По теме диссертации опубликованы 10 статей и выпущено 15 научно-технических отчетов и написано два учебных пособия.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Работа изложена на 149 страницах, содержит 62 рисунка. Список литературы насчитывает 110 наименований основной литературы и 3 наименования дополнительной литературы.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении изложен обзор литературы, посвященной численным методам расчета обтекания профиля и крыла конечного размаха потенциальным потоком несжимаемой жидкости. Обоснована необходимость разработки проекционных методов для решения интегральных уравнений задачи расчета аэродинамических характеристик крылового профиля и крыла конечного размаха в идеальной жидкости.

В первой главе излагается математическая модель - метод особенностей для расчета обтекания крыла конечного размаха, а также математические методы решения уравнений (проеекционные методы).

Потенциал скорости определяется из решения уравнения Лапласа

$$\Delta \Phi = 0. \quad (1)$$

Уравнение (1) решается при соблюдении следующих условий:

1. На бесконечном удалении от крыла скорость потока имеет постоянное значение, равное скорости невозмущенного потока V_∞ .
2. На поверхности крыла должно удовлетворяться условие непротекания жидкости через поверхность крыла (условие Неймана).
3. При переходе через поверхность следа давление не меняется.
4. Единственность решения задачи обеспечивается соблюдением условия постулата Жуковского - Чаплыгина для скорости около задней кромки.

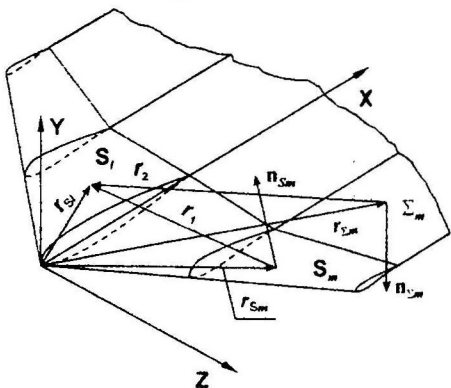


Рис. 1

Предлагается следующий способ представления геометрии

крыла. Поверхность крыла по линиям изломов образующей разбивается на L отсеков (см. рис. 1). Поверхность отсека задается параметрически

$$r_{Sm}(\varphi, \psi) = x_{Sm}(\varphi, \psi)\mathbf{i} + y_{Sm}(\varphi, \psi)\mathbf{j} + z_{Sm}(\varphi, \psi)\mathbf{k}, \quad (2)$$

где m - номер отсека, параметры φ и ψ принимают значение от -1 до 1.

Поверхность следа за отсеком представляется в виде

$$r_{\Sigma m}(\lambda, \psi) = x_{\Sigma m}(\lambda, \psi)\mathbf{i} + y_{\Sigma m}(\lambda, \psi)\mathbf{j} + z_{\Sigma m}(\lambda, \psi)\mathbf{k}, \quad (3)$$

где λ - параметр, величина которого меняется от 0 до ∞ .

Потенциал скорости в области течения вокруг крыла будем искать в виде суммы потенциала невозмущенного потока и потенциала двойного слоя на поверхности крыла и следа. Граничное условие непротекания жидкости через поверхность крыла может быть выражено в виде системы интегральных уравнений относительно предельных значений потенциала течения на внешней стороне поверхности крыла

$$\begin{aligned} \Phi_l(\theta, \delta) - \sum_{m=1}^L \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \Phi_{Sm}(\varphi, \psi) K_{lm}^S(\theta, \delta, \varphi, \psi) d\varphi d\psi - \\ - \sum_{m=1}^L \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \left\{ \int_0^\infty \Phi_{\Sigma m}(\lambda, \psi) K_{lm}^\Sigma(\theta, \delta, \lambda, \psi) d\lambda \right\} d\psi = f_l(\theta, \delta); \quad (l=1, \dots, L), \end{aligned} \quad (4)$$

где

$$K_{lm}^S(\theta, \delta, \varphi, \psi) = \frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{n}_{Sm}}{r_1^3} \left| \frac{\partial \mathbf{r}_{Sm}}{\partial \psi} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{Sm}}{\partial \varphi} \right| = \frac{1}{r_1^3} \mathbf{r}_1 \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{r}_{Sm}}{\partial \psi} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{Sm}}{\partial \varphi} \right), \quad (5)$$

$$K_{lm}^\Sigma(\theta, \delta, \lambda, \psi) = \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{n}_{\Sigma m}}{r_2^3} \left| \frac{\partial \mathbf{r}_{\Sigma m}}{\partial \psi} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{\Sigma m}}{\partial \lambda} \right| = \frac{1}{r_2^3} \mathbf{r}_2 \cdot \left(\frac{\partial \mathbf{r}_{\Sigma m}}{\partial \psi} \times \frac{\partial \mathbf{r}_{\Sigma m}}{\partial \lambda} \right), \quad (6)$$

$$f_l(\theta, \delta) = 2V \cdot \mathbf{r}_{Sl}(\theta, \delta). \quad (7)$$

Неизвестные функции $\Phi_m(\varphi, \psi)$ представим в виде частичной суммы ряда Фурье по двум переменным

$$\Phi_m(\varphi, \psi) = \sum_{j=0}^{I_m} \sum_{n=0}^{K_m} a_{mjn} W_j(\varphi) P_n(\psi), \quad (8)$$

где a_{mjn} - неизвестные коэффициенты, $P_n(\psi)$ - полиномы Лежандра, в качестве базисных функций $W_j(\varphi)$ взяты следующие выражения:

$$W_{2k-1}(\varphi) = \varphi - \frac{1}{k\pi} \sin[k\pi(\varphi+1)], \quad W_{2k}(\varphi) = -\frac{1}{k\pi} \cos[k\pi(\varphi+1)], \quad (9)$$

удовлетворяющие постулату Жуковского - Чаплыгина,

$$\dot{W}_j(-1) = \dot{W}_j(1) = 0, \quad \text{где} \quad \dot{W}_j(\varphi) = dW_j(\varphi)/d\varphi. \quad (10)$$

Значение разрыва потенциала на следе равно

$$\Phi_{\Sigma m}(\lambda, \psi) = \sum_{j=0}^{I_m} \sum_{n=0}^{K_m} a_{mjn} T_j P_n(\psi). \quad (11)$$

где $T_j = W_j(1) - W_j(-1)$.

В методе моментов коэффициенты a_{mjn} определяются из системы линейных алгебраических уравнений, полученных из условия ортогональности невязки к проекционной системе

$$\sum_{m=1}^L \sum_{j=0}^{I_m} \sum_{n=0}^{K_m} (d_{likmjn}^0 + d_{likmjn}^S + d_{likmjn}^\Sigma) a_{mjn} = b_{lik}, \quad (12)$$

$$(m = 1, \dots, L; \quad i = 0, \dots, I_i; \quad k = 0, \dots, K_l),$$

где

$$d_{likmjn}^0 = \begin{cases} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 W_j(\theta) P_n(\delta) U_i(\theta) Q_k(\delta) d\theta d\delta & \text{при } l = m, \\ 0 & \text{при } l \neq m, \end{cases} \quad (13)$$

$$d_{likmjn}^S = -\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 J_{lmjn}^S(\theta, \delta) U_i(\theta) Q_k(\delta) d\theta d\delta, \quad (14)$$

$$J_{lmjn}^S(\theta, \delta) = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 K_{lm}^S(\theta, \delta, \varphi, \psi) W_j(\varphi) P_n(\psi) d\varphi d\psi, \quad (15)$$

$$d_{likmjn}^{\Sigma} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 J_{lmjn}^{\Sigma}(\theta, \delta) U_i(\theta) Q_k(\delta) d\theta d\delta, \quad (16)$$

$$J_{lmjn}^{\Sigma}(\theta, \delta) = \int_{-1}^1 \tilde{K}_{lm}^{\Sigma}(\theta, \delta, \psi) T_j P_n(\psi) d\psi, \quad (17)$$

$$\tilde{K}_{lm}^{\Sigma}(\theta, \delta, \psi) = \int_0^{\infty} K_{lm}^{\Sigma}(\theta, \delta, \lambda, \psi) d\lambda, \quad (18)$$

$$b_{lik} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f_l(\theta, \delta) U_i(\theta) Q_k(\delta) d\theta d\delta, \quad (19)$$

$$U_{2k-1}(\theta) = \sin[k\pi(\theta+1)], \quad U_{2k}(\theta) = \cos[k\pi(\theta+1)], \quad (20)$$

$Q_k(\delta)$ – полиномы Лежандра.

В методе коллокации неизвестные коэффициенты a_{mjn} находят из условия равенства невязки нулю в $(I_l + 1)(K_l + 1)$ точках каждого из L отсеков. Это условие приводит к системе линейных алгебраических уравнений вида

$$\sum_{m=1}^L \sum_{j=0}^{I_m} \sum_{n=0}^{K_m} (d_{likmjn}^{0*} + d_{likmjn}^{S*} + d_{likmjn}^{\Sigma*}) a_{mjn} = b_{lik}^*, \quad (21)$$

$$(m=1, \dots, L; \quad i=0, \dots, I_l; \quad k=0, \dots, K_l),$$

где

$$d_{likmjn}^{0*} = \begin{cases} W_j(\theta_{li}^*) P_n(\delta_{ik}^*) & \text{при } l=m, \\ 0 & \text{при } l \neq m, \end{cases} \quad (22)$$

$$d_{likmjn}^{S*} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 K_{lm}^S(\theta_{li}^*, \delta_{ik}^*, \phi, \psi) W_j(\phi) P_n(\psi) d\phi d\psi, \quad (23)$$

$$d_{likmjn}^{\Sigma*} = -\frac{1}{2\pi} \int_{-1}^1 \tilde{K}_{lm}^{\Sigma}(\theta_{li}^*, \delta_{ik}^*, \psi) T_j P_n(\psi) d\psi, \quad (24)$$

$$\tilde{K}_{lm}^{\Sigma}(\theta_{li}^*, \delta_{ik}^*, \psi) = \int_0^{\infty} K_{lm}^{\Sigma}(\theta_{li}^*, \delta_{ik}^*, \lambda, \psi) d\lambda, \quad (25)$$

$$b_{lik}^* = f_l(\theta_{li}^*, \delta_{ik}^*), \quad (26)$$

θ_{li}^* и δ_{ik}^* – параметры точек коллокации.

Следует отметить, что из-за большого потребного времени для вычисления матриц при использовании метода моментов для практических расчетов более пригоден метод коллокации.

Для вычисления интегралов вида

$$S_{jn} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{\partial}{\partial n_S} \left(\frac{1}{r_1} \right) \left| \frac{\partial \mathbf{r}_S}{\partial \phi} \times \frac{\partial \mathbf{r}_S}{\partial \psi} \right| W_j(\phi) P_n(\psi) d\phi d\psi \quad (27)$$

поверхность крыла по линиям $\phi = \text{const}$ и $\psi = \text{const}$ разбивается на четырех-

угольные элементы - панели. Интеграл (27) заменим суммой

$$S_{jn} = \sum_{i=1}^I \sum_{k=1}^K \Delta S_{jnik}, \quad (28)$$

где

$$\Delta S_{jnik} = \int_{\psi_k}^{\psi_{k+1}} \left[\int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} \frac{\partial}{\partial n_S} \left(\frac{1}{r_1} \right) \left(\frac{\partial \mathbf{r}_S}{\partial \varphi} \times \frac{\partial \mathbf{r}_S}{\partial \psi} \right) W_j(\varphi) d\varphi \right] P_n(\psi) d\psi. \quad (29)$$

В пределах панели функции $W_j(\varphi)$ и $P_n(\psi)$ заменяются линейными функциями

$$\begin{aligned} \tilde{W}_j(\xi) &= W_j(\varphi_i) + [W_j(\varphi_{i+1}) - W_j(\varphi_i)] \xi, \\ \tilde{P}_n(\eta) &= P_n(\psi_k) + [P_n(\psi_{k+1}) - P_n(\psi_k)] \eta, \end{aligned} \quad (30)$$

где $-1 \leq \xi \leq 1$ и $-1 \leq \eta \leq 1$ - независимые переменные для параметрического представления панели.

Панель разбивается на субпанели. В пределах субпанели функции $W_j(\varphi)$ и $P_n(\psi)$ считаются постоянными величинами.

Вынося постоянные величины за знак интеграла, выражение (29) запишем в виде

$$\Delta S_{jnik} \sum_{l=1}^L \sum_{m=1}^M \tilde{W}_{jl_{cp}} \tilde{P}_{mn_{cp}} \Delta J_{q_{lm}}, \quad (31)$$

где

$$\Delta J_{q_{lm}} = \iint_{\Delta F_{q_{lm}}} \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{1}{r_1} \right) ds = \iint_{\Delta F_{q_{lm}}} \frac{\mathbf{n}_S \cdot \mathbf{r}_1}{r_1^3} ds. \quad (32)$$

Для вычисления интеграла (32) по поверхности субпанели воспользуемся тем,

что искомый интеграл равен по величине телесному углу, под которым из точки $\mathbf{r}_S(\theta, \delta)$ видна субпанель

$$\begin{aligned} \Delta J_{q_{lm}} &= \\ &= \text{sign}(\mathbf{q}_{lcp} \cdot \mathbf{n}_{q_{lm}}) |a + b + c + d - 2\pi|, \end{aligned} \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} a &= \arccos \left(\frac{|\mathbf{P}_{12} \times \mathbf{P}_{11}|}{|\mathbf{P}_{12} \times \mathbf{P}_{11}|} \cdot \frac{|\mathbf{P}_{11} \times \mathbf{P}_{22}|}{|\mathbf{P}_{11} \times \mathbf{P}_{22}|} \right), \\ b &= \arccos \left(\frac{|\mathbf{P}_{21} \times \mathbf{P}_{12}|}{|\mathbf{P}_{21} \times \mathbf{P}_{12}|} \cdot \frac{|\mathbf{P}_{12} \times \mathbf{P}_{11}|}{|\mathbf{P}_{12} \times \mathbf{P}_{11}|} \right), \\ c &= \arccos \left(\frac{|\mathbf{P}_{22} \times \mathbf{P}_{21}|}{|\mathbf{P}_{22} \times \mathbf{P}_{21}|} \cdot \frac{|\mathbf{P}_{21} \times \mathbf{P}_{12}|}{|\mathbf{P}_{21} \times \mathbf{P}_{12}|} \right), \\ d &= \arccos \left(\frac{|\mathbf{P}_{11} \times \mathbf{P}_{22}|}{|\mathbf{P}_{11} \times \mathbf{P}_{22}|} \cdot \frac{|\mathbf{P}_{22} \times \mathbf{P}_{21}|}{|\mathbf{P}_{22} \times \mathbf{P}_{21}|} \right), \end{aligned} \quad (34)$$

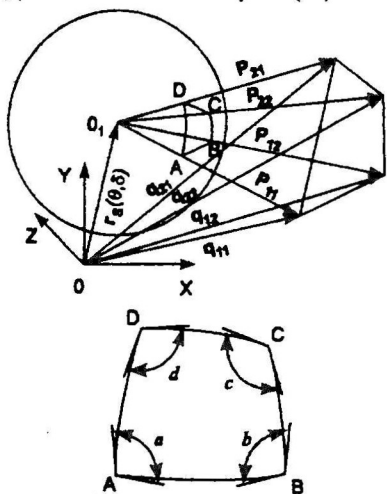


Рис. 2

$$\begin{aligned} P_{11} &= q_{11} - r_S(\theta, \delta), & P_{12} &= q_{12} - r_S(\theta, \delta), \\ P_{21} &= q_{21} - r_S(\theta, \delta), & P_{22} &= q_{22} - r_S(\theta, \delta), \end{aligned} \quad (35)$$

$q_{11}, q_{12}, q_{21}, q_{22}$ - радиус-векторы угловых точек субпанели.

Формула (32) получена из положения сферической геометрии, по которому сумма углов сферического четырехугольника больше чем 2π на величину телесного угла, под которым виден этот сферический четырехугольник.

Предлагаемый способ вычисления потенциала двойного слоя, размещенного на субпанели, дает более точные результаты чем формула, используемая в панельных методах.

Вычисление интегралов вида

$$S_n = \int_0^1 \left[\int_0^\infty \frac{\partial}{\partial n_\Sigma} \left(\frac{1}{r_2} \right) \frac{\partial r_\Sigma}{\partial \lambda} \times \frac{\partial r_\Sigma}{\partial \psi} \left| d\lambda \right. \right] P_n(\psi) d\psi \quad (36)$$

производится следующим образом. По линиям $\psi = \text{const}$ поверхность следа разбивается на полубесконечные полосы. В пределах полосы функция P_n заменяется линейной функцией. Полосы следа разбиваются на более узкие полосы. В пределах этих узких полос функции P_n принимаются постоянными. После вынесения этой постоянной величины за знак интеграла, оставшуюся часть подынтегрального выражения интегрируем с помощью телесного угла сферического треугольника, на который проектируется узкая полоса следа.

Вторая глава посвящена расчету обтекания профиля крыла без механизации и с механизацией потоком идеальной несжимаемой жидкости. Течение жидкости вокруг профиля крыла моделируется путем наложения на потенциал набегающего потока потенциала двойных слоев, размещенных на контуре профиля и на линии следа за крылом. Граничное условие непротекания жидкости через контур профиля выражается в виде интегральных уравнений. В случае профиля с механизацией получаем систему интегральных уравнений вида

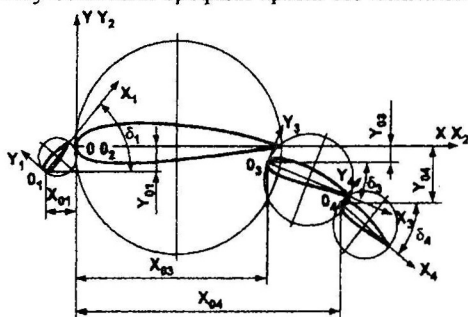


Рис. 3

$$\Phi_l^+(\theta) - \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^L \int \Phi_m^+(\varphi) K_{S_{\mu l m}}(\theta, \varphi) d\varphi - \frac{1}{\pi} \sum_{m=1}^L \Delta \Phi_m^+ \left[\vartheta_\infty - \tilde{K}_{\Sigma \mu l m}(\theta, 0) \right] = f_{\mu l}(\theta), \quad (37)$$

$$(l = 1, \dots, L),$$

где

$$K_{S_{\mu l m}}(\theta, \varphi) = \frac{[x_{S_l}(\theta) - x_{S_m}(\varphi)] \dot{y}_{S_m}(\varphi) - [y_{S_l}(\theta) - y_{S_m}(\varphi)] \dot{x}_{S_m}(\varphi)}{[x_{S_l}(\theta) - x_{S_m}(\varphi)]^2 + [y_{S_l}(\theta) - y_{S_m}(\varphi)]^2}, \quad (38)$$

$$\tilde{K}_{\Sigma\mu_{lm}}(\theta, \sigma) = -\operatorname{arctg} \frac{y_{S_l}(\theta) - y_{\Sigma_m}(\sigma)}{x_{S_l}(\theta) - x_{\Sigma_m}(\sigma)}, \quad (39)$$

$$\vartheta_{\infty} = -\operatorname{arctg} \frac{y_{\Sigma}(\infty)}{x_{\Sigma}(\infty)}, \quad (40)$$

$$f_{\mu_l}(\theta) = 2 \left[V_{\infty x} x_{S_l}(s_0) + V_{\infty y} y_{S_l}(s_0) \right]. \quad (41)$$

здесь $\vartheta_{\infty} = \alpha$ – полярный угол точки на бесконечности, куда устремляется след.

Плотность двойного слоя представим в виде суммы базисных функций

$$\Phi_{\Sigma_m}^+(\varphi) = \sum_{j=0}^{I_m} a_{mj} W_j(\varphi), \quad (42)$$

где $W_j(\varphi)$ – полная система функций, удовлетворяющих постулату Жуковского–Чаплыгина. Эти функции вычисляются по формулам

$$W_{2k-1}(\varphi) = \varphi - \frac{1}{k\pi} \sin[k\pi(\varphi+1)], \quad W_{2k}(\varphi) = -\frac{1}{k\pi} \cos[k\pi(\varphi+1)], \quad (43)$$

Величина разрыва потенциала скорости на следе будет равна

$$\Delta\Phi_{\Sigma_m}^+ = \sum_{j=0}^{I_m} a_{mj} T_j, \quad (44)$$

где $T_j = W_j(1) - W_j(-1)$.

Коэффициенты суммы (42) определяются методом моментов. Для этого подставим (42) и (44) в системе интегральных уравнений (37) и потребуем, чтобы невязка была ортогональна первым $N=(I_m+1)$ элементам проекционной системы $U_i(\theta)$. В качестве таких функций возьмем обычную тригонометрическую систему, приведенную к интервалу $[-1, 1]$

$$U_0(\theta) = 1, \quad U_{2k-1}(\theta) = \sin[k\pi(\theta+1)], \quad U_{2k}(\theta) = \cos[k\pi(\theta+1)]. \quad (45)$$

Тогда получим систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов a_{mj} в виде

$$\sum_{m=0}^L \sum_{j=0}^{I_m} (d_{lmij}^0 + d_{lmij}^S + d_{lmij}^{\Sigma}) a_{mj} = b_l, \quad (46)$$

$$(i=0, \dots, I_m; \quad l=0, \dots, L),$$

где

$$d_{lmij}^0 = \begin{cases} \int_{-1}^1 W_j(\theta) U_i(\theta) d\theta & \text{при } l=m, \\ 0 & \text{при } l \neq m, \end{cases} \quad (47)$$

$$d_{lmij}^S = -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 K_{S\mu_{lm}} W_j(\varphi) U_i(\theta) d\varphi d\theta, \quad (48)$$

$$d_{lmij}^{\Sigma} = -\frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \Delta\Phi_{\Sigma_m}^+ [\vartheta_{\infty} - K_{\Sigma\mu_{lm}}(\theta, 0)] T_j U_i(\theta) d\theta. \quad (49)$$

Метод моментов дает значительное снижение порядка системы линейных алгебраических уравнений по сравнению с панельными методами. При расчете профиля без механизации порядок системы не превышает 12, а в случае профиля с механизацией порядок системы увеличивается пропорционально числу элементов составного профиля. Порядок системы уравнений в случае применения панельных методов достигает 100 и более.

В третьей главе дается анализ результатов расчета.

Результаты расчета профиля сравнивались с решениями, полученными методом конформных преобразований. На рис. 4 и 5 даны результаты расчета методом моментов в сравнении с точными данными¹.

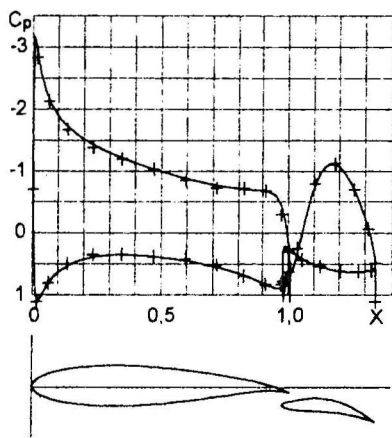


Рис. 4. Сравнение результатов расчета методом моментов с точным решением для профиля с закрылком ($\delta_3 = 10^\circ$; $\alpha = 0^\circ$):
— — точное решение;
+ — численное решение

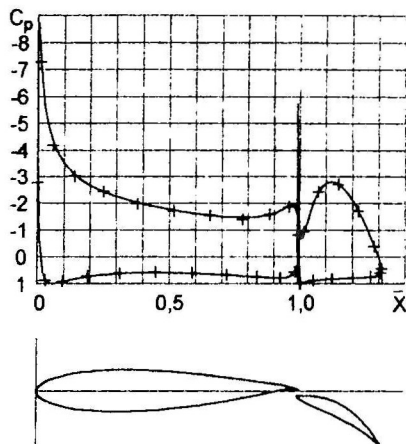


Рис. 5. Сравнение результатов расчета методом моментов с точным решением для профиля с закрылком ($\delta_3 = 30^\circ$; $\alpha = 0^\circ$):
— — точное решение;
+ — численное решение

На рис. 6 и 7 дано сравнение результатов расчета профиля с однозвенным закрылком и предкрылком и профиля с двухзвенным закрылком и предкрылком с данными, полученными методом конформных преобразований².

¹ Williams B. R. An Exact Test Case for the Plane Potential Flow about two Adjacent Lifting Airfoil // ARC Reports and Memoranda. - 1973. - No. 3717. 73p.

² Suddhoo A., Hall I. M. Test Cases for the Plane Potential Flow past Multi-Element Airfoils // Aeronautical Journal. - 1985. - Vol. 89, - No. 890. - P. 403-414.

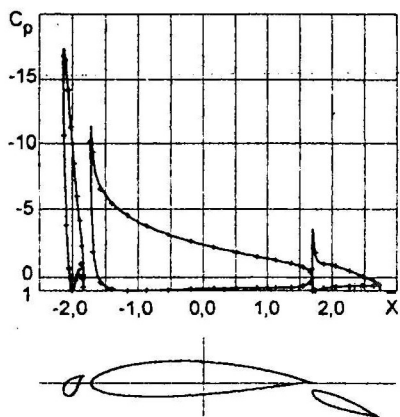


Рис. 6. Результаты расчета профиля с закрылком и с предкрылком $\alpha=20^\circ$:
— точное решение,
+ — численное решение

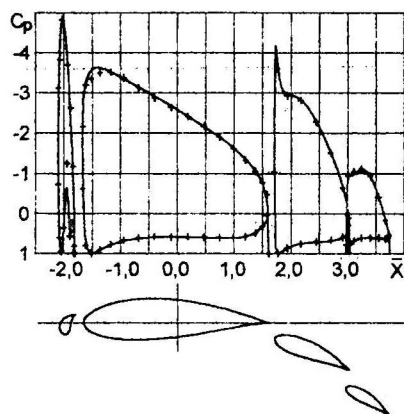


Рис. 7. Сравнение результатов расчета методом моментов с точным решением четырехэлементного для профиля:
— точное решение;
+ — численное решение

Работоспособность численного метода для расчета обтекания крыла конечного размаха проверялась путем сравнения результатов расчета с точными и экспериментальными данными. В качестве случая точного решения использовано распределение давления для простого кольцевого крыла, полученное О.П.Сидоровым³. Схема кольцевого крыла показана на рис. 8. Сравнение точных и расчетных данных по кольцевому крылу дано на рис. 9.

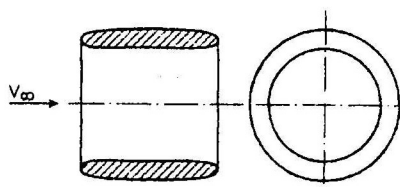


Рис. 8. Схема кольцевого крыла.

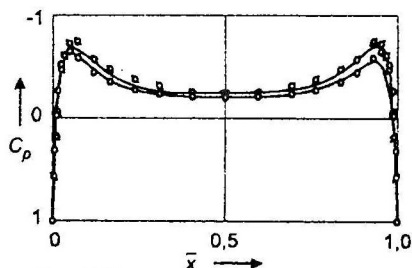


Рис. 9. Распределение давления по кольцевому крылу
— численное решение;
— точное решение;
○ — внешняя поверхность,
⊙ — внутренняя поверхность.

³ Сидоров О. П. Обтекание простейшего кольцевого крыла // Тр. КАИ. - 1955. - Т. XXIX. - С. 9-24.

Распределение давления для моделей № 52, №58 и №59 получены в аэродинамической трубе Т-1К лаборатории аэрогидродинамики КАИ в сороковых и пятидесятых годах. На рис. 11-13 показано представлены суммарные и распределенные аэродинамические характеристики прямоугольного в плане крыла (модель №52), полученные в результате расчета и эксперимента в аэродинамической трубе. Углы атаки для модели №52 даны с учетом поправок на границы потока. Схема крыла показана на рис. 10.

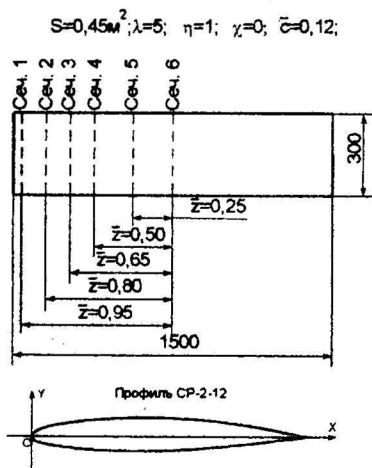


Рис. 10. Схема модели №52

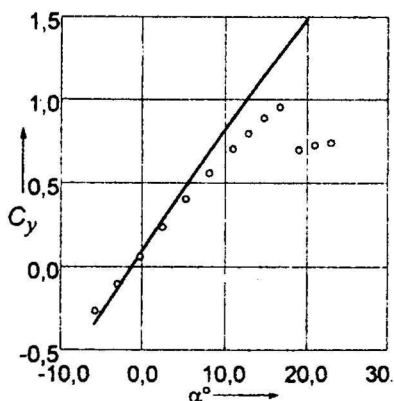


Рис. 12. Коэффициент нормальной силы для модели №52.
— расчет; O — эксперимент.

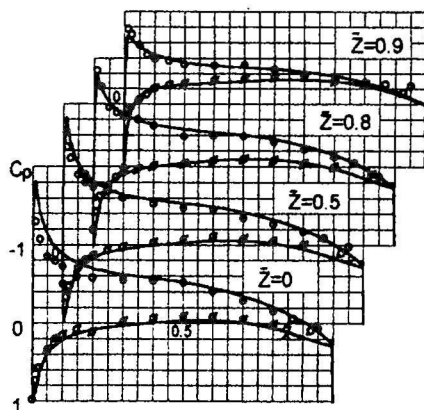


Рис. 11. Распределение давления на модели №52 при $\alpha=5,350^\circ$:

— расчет;
эксперимент: O — верхняя поверхность;
sigma — нижняя поверхность.

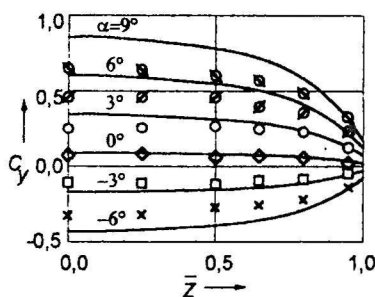


Рис. 13. Распределение коэффициента нормальной аэродинамической силы сечения модели № 52 по размаху.

— расчет;
эксперимент:
x — $\alpha=6^\circ$; square — $\alpha=3^\circ$; diamond — $\alpha=0^\circ$;
circle — $\alpha=3^\circ$; circle with cross — $\alpha=6^\circ$; square with cross — $\alpha=9^\circ$;

На рис. 14 показана схема крыла с углом стреловидности $\chi = 45^\circ$. Удлинение $\lambda = 3$. Профиль крыла СР-2-12. Относительная толщина профиля $\bar{c} = 0,12$. Распределенные и суммарные аэродинамические характеристики данного крыла приведены на рис.15-17.

$$S = 0,395 \text{ м}^2; \lambda = 3; \eta = 1; \chi = 45^\circ; \bar{c} = 0,12;$$

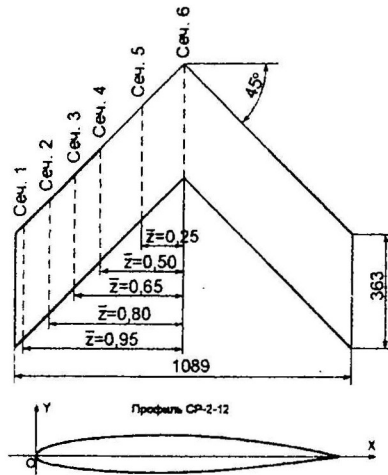


Рис. 14. Схема модели № 58.

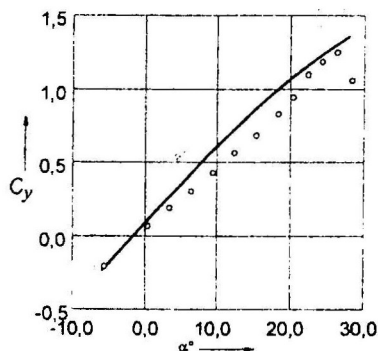


Рис. 16. Коэффициент нормальной силы для модели № 58
— расчет; \circ — эксперимент.

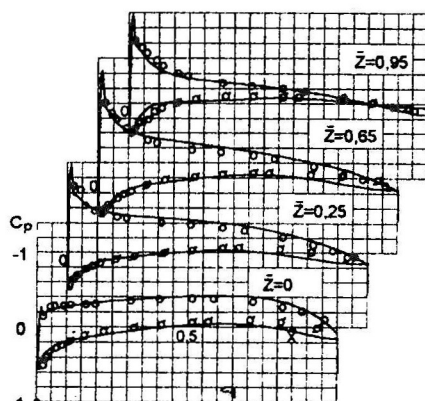


Рис. 15. Распределение давления на модели № 58 при $\alpha = 5,438^\circ$:
— расчет;
эксперимент: \circ — верхняя поверхность;
 \square — нижняя поверхность

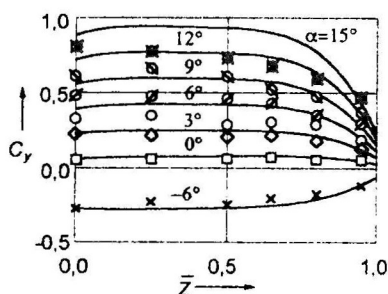


Рис. 17. Распределение коэффициента нормальной аэродинамической силы модели № 58 по размаху
— расчет;
эксперимент:

\times — $\alpha = 6^\circ$; \square — $\alpha = 0^\circ$; \diamond — $\alpha = 3^\circ$;
 \circ — $\alpha = 6^\circ$; \emptyset — $\alpha = 9^\circ$; \square — $\alpha = 12^\circ$;
 \boxtimes — $\alpha = 15^\circ$;

Крыло с обратной стреловидностью $\chi = -45^\circ$ показано на рис. 18. За исключением обратной стреловидности все геометрические параметры крыла идентичны параметрам крыла № 58. Аэродинамические характеристики этого крыла даны на рис. 19-21.

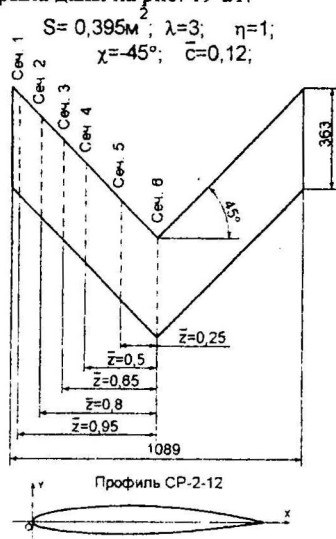


Рис. 18. Схема модели № 59

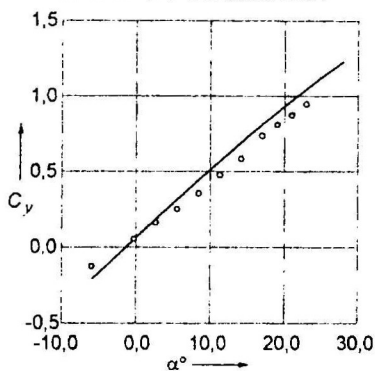


Рис. 20. Коэффициент нормальной силы для модели № 59.

— расчет; O — эксперимент

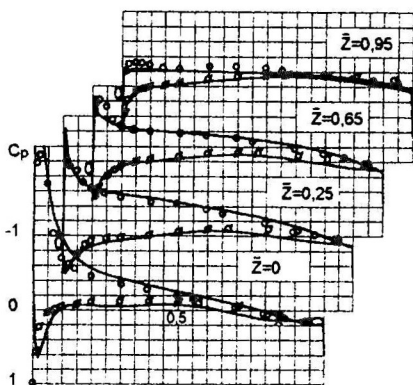


Рис. 19. Распределение давления на модели № 59 при $\alpha = 5,493^\circ$

— расчет;
 эксперимент:
 O — верхняя поверхность;
 O- — нижняя поверхность

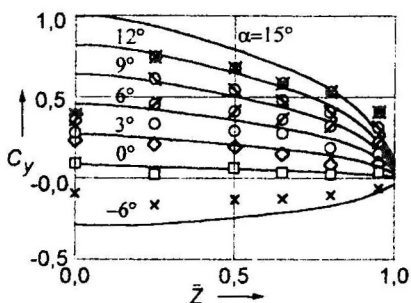


Рис. 21. Распределение коэффициента нормальной аэродинамической силы модели № 59 по размаху.

— расчет;
 эксперимент:

x — $\alpha = 6^\circ$; \square — $\alpha = 0^\circ$; \diamond — $\alpha = 3^\circ$;
 O — $\alpha = 6^\circ$; \emptyset — $\alpha = 9^\circ$; \boxtimes — $\alpha = 12^\circ$;
 \boxtimes — $\alpha = 15^\circ$;

Дренажные сечения

Сеч. 0
 $z=0,135$
 $z=0,226$

Сеч. 1
 $303,7$

Сеч. 2
 $264,0$

Сеч. 3
 $188,7$

Сеч. 4
 $32,3$

Сеч. 5
 $79,8$

Сеч. 6
 $100,5$
 $143,6$

$z=0,402$
 $z=0,65$
 $z=0,886$

110
 185
 $326,8$
 530
 $724,2$
 $817,2$

Сечение 0
 $b=362,2$, $\varphi=0$

Сечение 1
 $b=303,7$, $\varphi=1^{\circ}$

Сечение 2
 $b=264,0$; $\varphi=1,72^{\circ}$

Сечение 3
 $b=188,7$, $\varphi=3,04^{\circ}$

Сечение 4
 $b=143,6$, $\varphi=3,52^{\circ}$

Сечение 5
 $b=100,5$, $\varphi=3,98^{\circ}$

Сечение 6
 $b=79,8$, $\varphi=4,23^{\circ}$

Рис.23. Распределение давления на модели крыла Ша при $\alpha=8^\circ$
 — — — — — расчет;
 эксперимент: \bigcirc — верхняя поверхность;
 \bigcirc — нижняя поверхность

Сравнение экспериментального и расчетного распределений давления по поверхности рассмотренных крыльев показывает их хорошее совпадение на линейном участке зависимости подъемной силы от угла атаки.

Известно, что течение в области центрального сечения стреловидных крыльев качественно отличается от течения в других сечениях, так как в этом сечении составляющая скорости вдоль образующих равна нулю. Сравнение экспериментального и расчетного распределения давления на рис. 15 и 19 пока-

зывает, численный метод дает правильные результаты и области центрального сечения.

Предлагаемые методы могут служить для расчета аэродинамических характеристик крыла и профиля с механизацией для выбора параметров проектируемого крыла. Кроме того, сравнительный анализ результатов расчета и экспериментальных данных может дать ценную информацию о начале и развитии отрывных явлений, а также информацию о месте возникновения и характере этих явлений.

Разработанные в диссертации методы расчета обтекания крыла конечного размаха и крылового профиля с механизацией послужили базой для создания программных средств, которые используются для вычисления распределенных и суммарных аэродинамических характеристик несущих поверхностей.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. На основе теории потенциала составлена математическая модель обтекания произвольного крыла с механизацией потоком идеальной несжимаемой жидкости. В данной работе, в отличие от существующих методов поверхность крыла с изломами образующей и поверхность крыла с механизацией разбивается на отсеки. В пределах отдельно взятого отсека координаты точек поверхности крыла являются непрерывными, гладкими функциями независимых параметров. Граничное условие непротекания жидкости через поверхность крыла сводится к системе интегральных уравнений относительно потенциала скорости.

2. Разработан численный метод решения интегральных уравнений на основе проекционных методов. При этом потенциал скорости аппроксимируется в виде двойной суммы базисных функций, удовлетворяющих постулату Жуковского – Чаплыгина. Коэффициенты суммы определяются проекционными методами (моментов и коллокации). Эти методы позволяют значительно сократить порядок системы линейных алгебраических уравнений по сравнению с панельными методами. При расчете обтекания простого крыла без изломов образующей проекционными методами порядок системы уравнений для равен 60-80, а при использовании панельных методов порядок системы уравнений достигает 500-1000.

3. Получены формулы для вычисления потенциала двойного слоя, размещенного на четырехугольной панели, основанные на положениях сферической геометрии, которые обеспечивают высокую точность вычислений при любых ракурсах панели и в диапазонах расстояний, необходимых для расчета обтекания крыла.

4. Разработан метод для расчета обтекания многоэлементного профиля крыла несжимаемым потенциальным потоком. Математическая модель создана на основании теории потенциала, а интегральное уравнение относительно потенциала скорости решено методом моментов.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Нугманов З. Х., Романов В. М. Улучшение точности решения интегральных уравнений при определении скорости на поверхности профиля // Устойчивость и управление // Казань: КАИ, 1977. С.61-68.
2. Нугманов З. Х., Романов В. М. О решении интегральных уравнений при расчете обтекания произвольного профиля методом вихревого слоя / КАИ. Казань, 1978. - 15 с. - Рукопись деп. в ЦНТИ "Волна". - Д03684.
3. Нугманов З. Х., Романов В. М. Численный метод расчета обтекания произвольного профиля // Всесоюзная конференция по устойчивости движения, колебания механических систем и аэродинамике. МАИ. - 1978. - С67-68.
4. Романов В. М. Решение интегрального уравнения линии тока для расчета обтекания профиля с механизацией / КАИ. - Казань, 1982. - 21 с. Деп. в ВИНТИ 12.08.82. №4444-82 Деп.
5. Нугманов З. Х., Овчинников В. А., Романов В. М. Расчет обтекания произвольного профиля с механизацией // Вопросы проектирования летательных аппаратов. - Казань: КАИ, 1982. С.59-65.
6. Нугманов З. Х., Овчинников В. А., Павлов В. Г., Романов В. М. Численные методы расчета обтекания профиля идеальным несжимаемым потоком: Учебное пособие. - Казань: КАИ. - 1986. 64 с.
7. Романов В. М. Проекционные методы расчета обтекания крыла конечного размаха потоком идеальной несжимаемой жидкости. Казань: КАИ. -1987. - 63 с. Деп. в ВИНТИ 3.11.87. № 8312-87 Деп.
8. Нугманов З. Х., Романов В. М. О решении задачи обтекания крыла конечного размаха // Изв. вузов. Авиационная техника. - 1988. - №1, - С. 108-109.
9. Жерехов В. В., Романов В. М. Инвариантность аэродинамических характеристик механизированных крыльев. // Сборник научных трудов республиканской конференции «Использование численных методов при решении прикладных задач аэромеханики» - Харьков: - 1991. - С. 93-95.
10. Романов В. М. Метод расчета обтекания крыла конечного размаха потоком идеальной несжимаемой жидкости вблизи экрана // Изв. Вузов. Авиационная техника.-1995. № 2 - С. 64-69.
11. Романов В. М. Численный метод расчета обтекания крыла экраноплана идеальным несжимаемым потоком // Тез.докл. Международной научной конференции по экранопланам. - Казань, КГТУ им. А.Н.Туполева, 1996. С. 23-24
12. Физическое и теоретическое моделирование взаимодействия несущих поверхностей, их систем и тел со струями с экранирующей поверхностью: Отчет о НИР (Заключительный) / КГТУ им. А. Н. Туполева, № Гос. рег. 0195005027, Казань, 1999, 28 с.
13. Нугманов З. Х., Романов В. М. Расчет обтекания сечений крыла потенциальным потоком несжимаемой жидкости: Методические указания к выполнению курсовых работ по дисциплине «Численные методы в задачах аэродинамики» / Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 1999. 12 с.

Формат 60x84 1/16. Бумага газетная. Печать офсетная.
Печ.л. 1,0. Усл.печ.л. 0,93. Усл.кр.-отт. 0,98. Уч.-изд.л. 1,15.
Тираж 100. Заказ *Д 53*.

Типография Издательства Казанского государственного
технического университета
420111, Казань, К.Маркса, 10

200